

**ЗАДАНИЯ МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ПО МАТЕМАТИКЕ
в 2025/26 УЧЕБНОМ ГОДУ
7 КЛАСС**

1. Два друга Никита и Андрей решили подзаработать. Каждый из них решил положить по 7000 рублей в банк, а через год все деньги снять. Никита выбрал вклад «Будущее»: за год сумма увеличивается на 30%, но при снятии банк взимает комиссию 15%. Андрей выбрал вклад «Счастье»: за год сумма увеличивается на 45%, но при снятии банк взимает комиссию 25%. («Банк взимает комиссию $n\%$ » означает то, что банк оставляет себе $n\%$ от текущей величины вклада, а оставшуюся часть вклада возвращает его владельцу.) Кто получит большую годовую прибыль от вклада? Ответ выразите в рублях.

Решение.

У Никиты сумма вклада за год возрастёт до $7000 \cdot 1,3$ рублей, а при снятии уменьшится до $7000 \cdot 1,3 \cdot 0,85 = 7735$ рублей. У Андрея же сумма вклада за год возрастёт до $7000 \cdot 1,45$ рублей, а при снятии уменьшится до $7000 \cdot 1,45 \cdot 0,75 = 7612,5$ рублей. Следовательно, Никита заработает больше на 122,5 рубля.

Ответ: Никита заработает больше на 122,5 рублей.

2. Лодка отправилась от одного берега озера к другому со скоростью 90 км/ч, а спустя 10 мин в том же направлении вышла вторая лодка со скоростью 100 км/ч. Какова длина пути, если вторая лодка подошла к берегу на 5 мин раньше первой? Дайте ответ в километрах.

Решение.

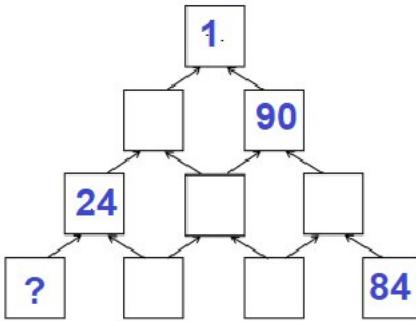
Обозначим длину пути через x км. Тогда время движения 1-й лодки равно $\frac{x}{90}$ ч, а время 2-й лодки равно $\frac{x}{100}$ ч. Разница во времени движения между лодками составляет $10 \text{ мин} + 5 \text{ мин} = 15 \text{ мин} = \frac{1}{4} \text{ ч}$. Получаем уравнение:

$$\frac{x}{90} - \frac{x}{100} = \frac{1}{4}; \quad \frac{10x - 9x}{900} = \frac{1}{4}; \quad 4x = 900; \quad x = 225.$$

Длина пути равна 225 км.

Ответ: 225 км.

3. Клетки пирамиды заполнили по следующему правилу: над каждыми двумя соседними числами записали их среднее арифметическое. Некоторые числа стёрли, и получилась конструкция, изображённая на рисунке. Какое число было в левой нижней клетке? (Среднее арифметическое двух чисел — это их сумма, делённая на 2). Ответ обоснуйте.



Решение.

Восстановим числа в таблице, пройдя по ней сверху вниз. Например, если во второй строке стоят числа 90 и x , то из $1 = \frac{1}{2}(90 + x)$, получаем $x = -88$. Аналогично в третьей строке получаем, что рядом с числом 24 стоит число -200 , а рядом с ним стоит 380 ; в последней строке стоят слева направо числа $1124, -1076, 676$ и 84 .

Ответ: 1124.

4. В хороводе стоят 63 ребенка, каждый из них одет в красный или синий колпак. Известно, что рядом с каждым мальчиком стоит девочка, а рядом с каждой девочкой стоит человек в синем колпаке. Найдите наибольшее возможное количество девочек в красных колпаках.

Решение.

Заметим, что не найдётся 3 стоящих подряд девочек в красных колпаках (иначе для средней из них не выполняется условие задачи). Разбив 63 ребенка на 21 тройку, получаем, что в каждой из них не более 2 девочек в красных колпаках, а всего девочек в красных колпаках не больше $2 \cdot 21 = 42$.

Пример построить легко: в каждой из 21 тройки по часовой стрелке располагаются две девочки в красных колпаках, а следом за ними — мальчик в синем колпаке. Ясно, что все условия задачи выполняются.

Ответ: 42.

5. Каждый из 24 лягушат либо всегда говорит правду, либо всегда лжет. Известно, что каждый любит ровно один вид насекомых: либо кузнецов, либо мух, либо червяков. Сначала Мать-Жаба попросила поднять лапки тех, кто любит кузнецов, и все лягушата подняли лапки, потом тех, кто любит мух — и половина лягушат подняли лапки, потом тех, кто любит червяков — и лапку поднял только один лягушонок. Сколько среди лягушат правдивых?

Решение.

Лягушата, которые всегда говорят правду, подняли лапку один раз, а лягушата, которые всегда лгут, — два раза. Всего было поднято 37 лапок ($24 + 12 + 1$). Если бы все лягушата сказали правду, то было бы поднято 24 лапки. Если одного правдивого лягушонка заменить на одного лгуну, то число поднятых лапок увеличится на 1. Так как было поднято 13 «лишних» лапок, то 13 лягушат солгали, а 11 сказали правду.

Ответ: 11.