

Возможные решения задач 11 класса
муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по физике
в 2025-2026

Задача 1

Мотоцикл разгоняется по прямой горизонтальной дороге с пробуксовкой без отрыва переднего колеса, развивая постоянную мощность P . Масса мотоцикла с мотоциклистом m , а их центр масс расположен на высоте h от поверхности дороги посередине между осями колес, расстояние между которыми L . Коэффициент трения скольжения μ . Какой путь пройдет мотоцикл со старта до момента, когда прекратится пробуксовка заднего колеса? Исследовать полученный ответ.

Решение.

Когда мотоцикл разгоняется, на него действуют четыре силы, изображенные схематически на рисунке 1 – две силы реакции дороги \vec{N}_1 и \vec{N}_2 , сила тяжести $m\vec{g}$, приложенная к центру масс, и сила тяги \vec{F} , приложенная к точке контакта заднего колеса с дорогой. При движении с пробуксовкой $F = \mu N_2$. Силами сопротивления пренебрегаем по сравнению с указанными силами.

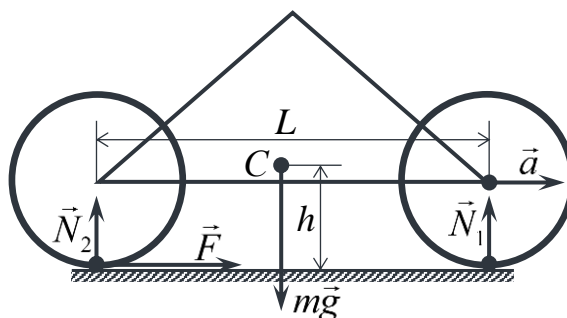


Рис. 1.

Из проекций уравнения движения на горизонтальную вертикальную ось имеем:

$$ma = F.$$

$$N_1 + N_2 = mg;$$

При поступательном движении суммарный момент сил равен нулю:

$$\frac{(N_1 - N_2)L}{2} + Fh = 0. \quad (1)$$

Решая эту систему уравнений, мы получим ускорение мотоцикла, при движении его с пробуксовкой:

$$a = \frac{\mu L}{2(L - \mu h)} g. \quad (2)$$

Мощность силы тяги, которая необходима для поддержания движения с заданным ускорением растет с увеличением скорости движения:

$$P_{\tau}(t) = F \cdot v(t) = ma^2 \cdot t. \quad (3)$$

Когда мощность силы тяги достигнет мощности двигателя P , то станет постоянной. Следовательно, при дальнейшем увеличении скорости, сила тяги уменьшится и станет меньше силы трения скольжения – пробуксовка колеса прекратится. Время, когда это произойдет $\tau = P_{\tau}/ma^2$. Пройденный за это время путь очевидно равен

$$S = \frac{a\tau^2}{2} = \frac{P^2}{2m^2a^3} = \frac{4P^2(L - \mu h)^3}{m^2\mu^3L^3g^3} = \frac{4P^2(1 - \mu h/L)^3}{m^2\mu^3g^3}. \quad (4)$$

$(1 - \mu h/L) = 0$, соответствует отрыву переднего колеса от земли, что исключено в условии задачи. Для движения с пробуксовкой необходимо выполнение условия: $\mu h < L$.

При больших μ и/или высоком центре масс проскальзывание вообще может не наступать. Мотоциклисты и велосипедисты, изменяя положение тела, могут так изменять положение центра масс, чтобы опрокидывание не происходило при езде на одном колесе.

Критерии оценивания задачи 1

1.	Анализ условия задачи, выявление сил, действующих на мотоцикл. Правильный рисунок.	2 балла
2.	Правильная запись 2 закона Ньютона в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси.	2 балла
3.	Правильная запись уравнения (1)	2 балла
4.	Правильная запись уравнения (2)	1 балл
5.	Правильно определена мощность силы тяги (3)	1 балл
6.	Правильно определен путь, пройденный мотоциклом с пробуксовкой заднего колеса (4)	1 балл
7	Исследован полученный ответ	1 балл
	Итого	10 баллов

Задача 2

При тепловом равновесии и атмосферном давлении цилиндрическую трубку длиной l закрыли сверху и погрузили вертикально до ее середины в жидкость с плотностью ρ . При этом, в нее вошла жидкость высотой h . Определить атмосферное давление.

Решение

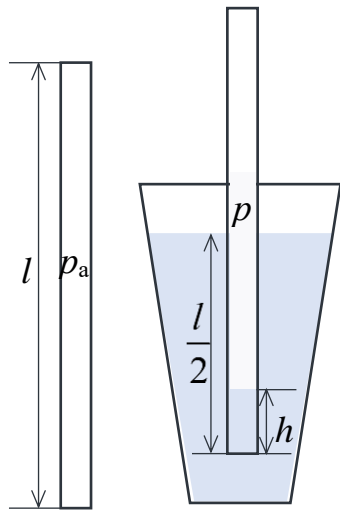


Рис. 1.

Воздух в трубке (рис. 1) перешел изотермически из состояния 1 при атмосферном давлении p_a и объеме $V_1 = sl$ в состояние 2 с давлением $p = p_a + \rho g \left(\frac{l}{2} - h \right)$ и объемом $V_2 = s(l - h)$, где s – площадь поперечного сечения трубки; g – ускорение свободного падения.

По закону Бойля-Мариотта $p_a V_1 = p V_2$, т.е.

$$p_a l = \left(p_a + \rho g \left(\frac{l}{2} - h \right) \right) (l - h). \quad (1)$$

Раскроем скобки и приведем подобные.

$$p_a l = p_a l - p_a h + \rho g \frac{l^2}{2} - \rho g \frac{lh}{2} - \rho g lh + \rho g h^2;$$

$$0 = -p_a h + \rho g \frac{l^2}{2} - \frac{3}{2} \rho g lh + \rho g h^2. \text{ Откуда:}$$

$$p_a = \rho g \left(\frac{l^2}{2h} - \frac{3}{2} l + h \right) = \rho g \frac{(l - 2h)(l - h)}{2h}.$$

$$\text{Ответ: } p_a = \rho g \frac{(l - 2h)(l - h)}{2h}.$$

Критерии оценивания задачи 2

1.	Анализ условия задачи, Правильный рисунок.	4 балла
2.	Правильная запись закона Бойля-Мариотта (1).	3 балла
3.	Правильные преобразования и ответ	3 балла
	Итого	10 баллов

Задача 3

Вольтметр V_1 на рисунке 1 показывает напряжение U . Показания этого же вольтметра, подключенного к тому же самому источнику тока на рисунке 2, равны U_1 , а другого вольтметра V_2 равны U_2 . Определите э.д.с. \mathcal{E} источника тока.

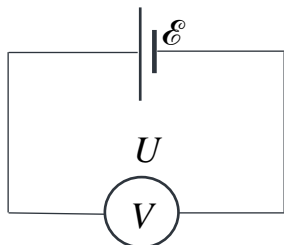


Рис. 1.

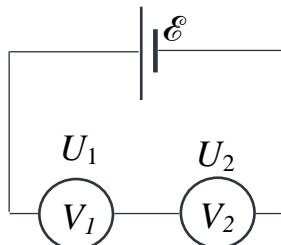


Рис. 2.

Решение.

Показания первого вольтметра на рисунке 1:

$$U = IR_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r} R_1, \quad (1)$$

где R_1 – сопротивление вольтметра; r – внутреннее сопротивление источника тока.

Откуда э.д.с. источника тока:

$$\mathcal{E} = IR_1 = \frac{R_1 + r}{R_1} U = \left(1 + \frac{r}{R_1}\right) U, \quad (2)$$

Таким образом, задача свелась к определению отношения сопротивлений $\frac{r}{R_1}$.

Показания первого вольтметра на рисунке 2: $U_1 = I'R_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r} R_1$,

где R_2 – сопротивление второго вольтметра.

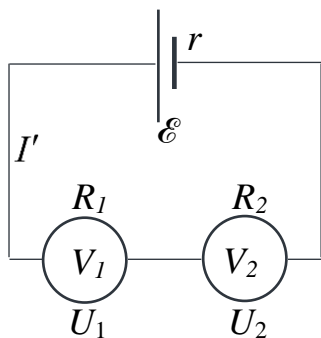


Рис. 2.

Так как вольтметры включены последовательно, то $I'_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$, откуда $R_2 = \frac{U_2}{U_1} R_1$, и тогда

$$U_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + \frac{U_2}{U_1} R_1 + r} R_1. \quad (3)$$

Чтобы исключить \mathcal{E} разделим (1) на (3)

$$\frac{U}{U_1} = \frac{R_1 + \frac{U_2}{U_1} R_1 + r}{R_1 + r}. \text{ Отсюда:}$$

$$UR_1 + Ur = U_1 R_1 + U_2 R_1 + U_1 r \Rightarrow (U - U_1)r = (U_1 + U_2 - U)R_1. \text{ Тогда:}$$

$$\frac{r}{R_1} = \frac{U_1 + U_2 - U}{U - U_1}. \text{ Подставим в (2), получим:}$$

$$\mathcal{E} = \left(1 + \frac{U_1 + U_2 - U}{U - U_1}\right) U = \frac{UU_2}{U - U_1}.$$

$$\text{Ответ: } \mathcal{E} = \frac{UU_2}{U - U_1}.$$

Критерии оценивания задачи 3

1.	Правильная запись уравнения (1).	1 балл
2.	Правильная запись уравнения (2).	1 балл
3.	Вывод о том, что для решения задачи достаточно определить $\frac{r}{R_1}$ через показания вольтметров	2 балла
4.	Правильная запись уравнения (3).	2 балл
5.	Правильно определено отношение $\frac{r}{R_1}$	2 балл
6.	Правильно определена э.д.с. источника тока.	2 балла
	Итого	10 баллов

Задача 4

Тонкий медный обруч, имеющий массу $m = 6 \text{ кг}$, расположен в плоскости магнитного меридиана. Какой электрический заряд пройдет по кольцу, если его повернуть около вертикальной оси на 90° ? Горизонтальная составляющая земного магнетизма равна $B_\Gamma = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}$, плотность меди $\rho_m = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, ее удельное сопротивление $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

Решение

Количество электричества, которое проходит через поперечное сечение проводника за малый промежуток времени Δt :

$$\Delta Q = I \Delta t,$$

где I – сила тока в проводнике.

По закону Ома

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\Delta \Phi}{R \Delta t},$$

где R сопротивление проводника; $\mathcal{E} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ – э.д.с. индукции действующая в контуре при повороте обруча. Тогда $\Delta Q = \frac{\Delta \Phi}{R}$ за время Δt .

Количество электричества, которое пройдет через поперечное сечение обруча за время его поворота на 90° :

$$Q = \frac{\Delta \Phi_{\text{пол}}}{R} = \frac{B_r \pi r^2}{R}, \quad (1)$$

где $\Delta \Phi_{\text{пол}}$ – изменение магнитного потока через площадь обруча за время поворота; r – радиус обруча.

Сопротивление обруча: $R = \rho \frac{\ell}{s}$, где $\ell = 2\pi r$ – длина проводника;

$s = \frac{m}{\ell \rho_m}$ – площадь его поперечного сечения проводника. Тогда:

$$Q = \frac{B_r \pi r^2}{R} = \frac{B_r m}{4\pi r \rho_m}. \quad (2)$$

$$Q = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 6}{4\pi \cdot 8,9 \cdot 10^3 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}} \approx 6,31 \cdot 10^{-2} \text{ Кл}.$$

Ответ: $Q = 6,31 \cdot 10^{-2} \text{ Кл}$.

Критерии оценивания задачи 4

1.	Знание определения силы тока.	1 балл
2.	Знание закона Ома для участка цепи	1 балл
3.	Знание закона электромагнитной индукции Фарадея	1 балл
4.	Получено выражение (1)	2 балл

5.	Правильно выражены сопротивление и площадь поперечного сечения обруча через его массу, удельное сопротивление и плотность меди.	2 балла
6.	Получено выражение (2)	2 балла
7.	Правильно получено численное значение Q .	1 балл
	Итого	10 баллов

Задача 5

Имеется N резисторов с сопротивлением R каждый. Из них собрали схему на рисунке 1, в которой n резисторов соединили последовательно, а оставшиеся $(N - n)$ параллельно к ним.

Измерили зависимость общего сопротивления цепи $R_{об}(n)$ между клеммами A и B от числа n последовательно соединённых резисторов в схеме.

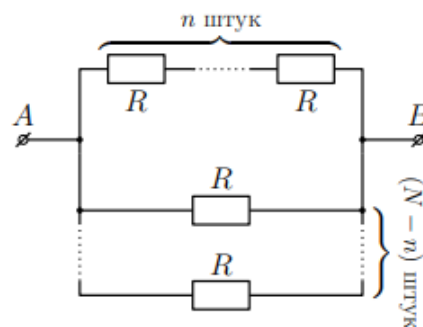


Рис. 1. Соединение N резисторов.

Оказалось, что если обозначить величину $\frac{1}{R_{об}}$ через x $\left(x \equiv \frac{1}{R_{об}}\right)$, а величину $\left(n - \frac{1}{n}\right)$ через y $\left(y \equiv n - \frac{1}{n}\right)$, то при $x_1 = (3,70 \pm 0,05) \text{ Ом}^{-1}$ $y_1 = (1,500 \pm 0,005)$, а при $x_2 = (0,010 \pm 0,005) \text{ Ом}^{-1}$ $y_2 = (19,95 \pm 0,05)$.

Определите по этим данным сопротивление одного резистора R и его погрешность ΔR , а также общее число резисторов N в схеме.

Решение

Теоретическая зависимость общего сопротивления цепи $R_{об}(n)$ между клеммами A и B от числа n последовательно соединённых резисторов:

$$R_{об}(n) = \frac{nR}{(N - n)n + 1}, \text{ откуда можно получить, что } n - \frac{1}{n} = N - R \frac{1}{R_{об}}.$$

То есть $y = N - Rx$ — линейная зависимость.

Используя экспериментальные данные, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} y_1 = N - Rx_1; \\ y_2 = N - Rx_2. \end{cases} \text{ Откуда:}$$

$$R = \frac{y_2 - y_1}{x_1 - x_2} = 5,00 \text{ Ом};$$

$$\Delta R = R \left(\frac{\Delta y_2 + \Delta y_1}{y_2 - y_1} + \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{x_1 - x_2} \right) \approx 0,08 \text{ Ом}.$$

Окончательно: $R = (5,00 \pm 0,08) \text{ Ом}$.

$$N = y_2 + x_2 R = 20;$$

$$\Delta N = \Delta y_2 + x_2 R \left(\frac{\Delta x_2}{x_2} + \frac{\Delta R}{R} \right) \approx 0,08.$$

Так как $\Delta N < 1$, следовательно $N = 20$.

Ответ: $R = (5,00 \pm 0,08) \text{ Ом}$; $N = 20$.