

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по экономике,  
10 класс, 2025–2026 учебный год**

Задания олимпиады включают тесты и задачи. Время выполнения – 150 минут.

I. Тестовые задания включают 4 блока вопросов – 40 баллов:

Тесты 1: 5 вопросов типа «верно/неверно» – 1 балл за каждый вопрос (*итого 5 баллов*).

Тесты 2: 5 вопросов с выбором одного варианта из нескольких предложенных – 1 балл за каждый вопрос (*итого 5 баллов*).

Тесты 3: 5 вопросов с выбором всех верных ответов из предложенных вариантов – 2 балла за каждый вопрос (*итого 10 баллов*).

Тесты 4: 5 вопросов с открытым ответом – 4 балла за каждый вопрос (*итого 20 баллов*).

II. Задачи включают решение 4 задач – 60 баллов.

Задача 1 – 15 баллов.

Задача 2 – 15 баллов.

Задача 3 – 15 баллов.

Задача 4 – 15 баллов.

Итого за тестовые задания (I) и задачи (II) – 100 баллов

**Тестовые задания (I) (всего максимально – 40 баллов)**

**Тесты № 1. Верно/неверно. Участник должен оценить справедливость приведённых высказываний. 5 вопросов типа «верно/неверно» – 1 балл за каждый вопрос (итого 5 баллов).**

1.1. (1 балл) Залог – собственность заемщика, которую он передает под контроль или в распоряжение банка, разрешая ее продать, если он сам не сможет вернуть долг:

- 1) верно;
- 2) неверно.

**Ответ: 1.**

1.2. (1 балл) Нобелевскую премию по экономике в 2025 году получили Джоэль Мокир, Филипп Агьон и Питер Ховитт за исследование того, как институты влияют на процветание:

- 1) верно;
- 2) неверно.

**Ответ: 2.**

1.3. (1 балл) Если значение коэффициента перекрестной эластичности спроса на товары А и В по цене положительное, то это свидетельствует о том, что товары А и В являются комплементарными:

- 1) верно;
- 2) неверно.

**Ответ: 1.**

1.4. (1 балл) Если предельная полезность является положительной величиной, общая полезность увеличивается:

- 1) верно;
- 2) неверно.

**Ответ: 1.**

5. (1 балл) Экстенсивный рост происходит благодаря простому наращиванию применяемых факторов производства:

- 1) верно;
- 2) неверно.

**Ответ: 1.**

**Тесты № 2. 5 вопросов с выбором одного варианта из нескольких предложенных – 1 балл за каждый вопрос (итого 5 баллов).**

2.1. (1 балл) Экономические издержки представляют собой:

- 1) неявные издержки;
- 2) внутренние издержки фирмы;
- 3) сумму явных и неявных издержек;
- 4) альтернативные издержки.

**Ответ: 3.**

2.2. (1 балл) Кривая Лоренца отражает:

- 1) ситуацию абсолютного равенства доходов;
- 2) ситуацию абсолютного неравенства доходов;
- 3) эффект Веблена;
- 4) фактическое распределение доходов.

**Ответ: 4.**

2.3. (1 балл) Рабочая сила – это:

- 1) занятые в экономике;
- 2) занятые в экономике и безработные;
- 3) занятые в промышленном производстве;
- 4) верный ответ отсутствует.

**Ответ: 2.**

2.4. (1 балл) Если увеличение цены товара на 1% приводит к снижению спроса на него на 3%, то спрос:

- 1) является эластичным;
- 2) является неэластичным;

- 3) обладает единичной эластичностью;
- 4) совершенно эластичен.

**Ответ:** 1.

2.5. (1 балл) Кривая Лаффера – это:

- 1) кривая, иллюстрирующая обратную зависимость между уровнем инфляции и уровнем безработицы;
- 2) график, иллюстрирующий зависимость между доходом потребителя и объемом потребления различных групп товаров и услуг;
- 3) графическое отображение зависимости между налоговыми поступлениями и налоговыми ставками;
- 4) верный ответ отсутствует.

**Ответ:** 3.

**Тесты № 3: 5 вопросов, каждый из которых содержит несколько вариантов ответов и оценивается в 2 балла.**  
**Участник получает баллы, если выбрал все верные ответы и не выбрал ни одного лишнего. Всего максимум по тестам № 3 – 10 баллов.**

3.1. (2 балла) Производительность труда в стране можно повысить за счет следующих факторов:

- 1) повышения капиталовооруженности труда;
- 2) увеличения числа занятых;
- 3) прогресса науки и техники;
- 4) повышения образовательного уровня занятых.

**Ответы:** 1, 3, 4.

3.2. (2 балла) Естественная монополия – это:

- 1) монополия, связанная с использованием природных ресурсов;
- 2) такая ситуация на рынке, когда производство определенных услуг одной компанией является более эффективным, чем конкуренция нескольких компаний;
- 3) монополия, деятельность которой обычно находится под контролем государства;
- 4) такая ситуация, когда невозможно или экономически неподходящим образом создание конкурентных условий из-за технических особенностей отрасли.

**Ответы:** 2, 3, 4.

3.3. (2 балла) Проблема дефицита государственного бюджета может решаться следующими способами:

- 1) снижение налогов;
- 2) изыскание источников дополнительных доходов;
- 3) сокращение бюджетных расходов;
- 4) эмиссия дополнительных денег, используемых для финансирования государственных расходов.

**Ответы:** 2, 3, 4.

3.4. (2 балла) Бюджетная линия:

- 1) представляет собой кривую производственных возможностей;
- 2) показывает зависимость объема поступлений в государственный бюджет от величины налоговых ставок;
- 3) отражает все возможные комбинации двух товаров, которые потребитель может приобрести, учитывая его доход и цены этих товаров;
- 4) показывает различные комбинации двух благ, которые потребитель может купить, используя весь свой бюджет.

**Ответы:** 3, 4.

3.5. (2 балла) Линия с положительным наклоном на графике может быть:

- 1) линией (кривой) спроса;
- 2) линией (кривой) Филлипса;
- 3) линией (кривой) предложения;
- 4) линией (кривой) суммарных переменных издержек.

**Ответы:** 3, 4.

**Тесты № 4: 5 вопросов с открытым ответом. Каждый правильный ответ оценивается в 4 балла. Участник должен привести ответ на задание без объяснения и решения. Всего максимум по тестам № 4 – 20 баллов.**

4.1. (4 балла) Алексею предстоит лететь в командировку. До аэропорта он может добраться на своей машине (и оставить ее на платной парковке в аэропорту) или вызвать такси. Такси до аэропорта стоит 4 000 руб. Расходы на бензин для поездки в аэропорт составляют 700 руб., стоимость платной парковки – 600 руб./сутки. Определите, при какой длительности командировки Алексею выгодно поехать в аэропорт на такси?

Ответ: \_\_\_\_\_ дней.

**Решение:**

Пусть  $X$  – количество дней командировки. Тогда при выборе варианта «поехать туда и обратно на собственной машине» стоимость платной парковки составит  $(600 \text{ руб.} \times X)$ ; расходы на бензин составят  $(700 \text{ руб.} \times 2) = 1400 \text{ руб.}$  Итого при выборе данного варианта он потратит  $(600 \times X + 1400)$  руб.

При выборе варианта «поехать в аэропорт и обратно на такси» расходы будут равны  $(4000 \text{ руб.} \times 2) = 8000 \text{ руб.}$  Чтобы Алексею было выгодно поехать в аэропорт на такси, должно выполняться условие неравенства:  $(600 \times X + 1400) > 8000$ . Отсюда  $600 \times X > 6600$ ;  $X > 11$ . То есть если командировка дольше, чем 11 дней, т. е. от 12 дней, Алексею выгодно ехать в аэропорт на такси.

**Ответ: более чем 11 дней, т. е. от 12 дней.**

4.2. (4 балла). При производстве 200 игрушек суммарные затраты составили 20 000 руб., средние постоянные затраты 20 руб. Количество производимых игрушек удвоилось. Определить суммарные затраты при новом объеме производства.

Ответ: \_\_\_\_\_ руб.

**Решение:**

Определяем суммарные постоянные затраты  $FC$ , они равны  $20 \times 200 = 4\,000$  руб. Следовательно, при первоначальном объеме производства суммарные переменные затраты  $VC$  равны  $(20\,000 - 4\,000) = 16\,000$  руб. Средние переменные затраты  $AVC$  равны  $16\,000 / 200 = 80$  руб. При новом объеме производства  $VC = 80 \times 400 = 32\,000$  руб. Суммарные затраты  $TC = FC + VC = 4\,000 + 32\,000 = 36\,000$  руб.

**Ответ:** 36 000 руб.

4.3. (4 балла) Андрей положил на депозит 500 тыс. руб. на 1 год под 15% годовых. Ежеквартальная инфляция за этот период составила 3%. Определите реальный прирост дохода Андрея. Промежуточные расчеты необходимо проводить с округлением до тысячного знака, ответ представить в тыс. руб. с округлением до десятичного знака.

Ответ: \_\_\_\_\_ тыс. руб.

**Решение:**

$$FV = PV \times (1 + i) = 500 \times (1 + 0,15) = 575 \text{ тыс. руб.}$$

$FV$  – наращенная сумма вклада,

$PV$  – стоимость денег в настоящее время,

$i$  – процентная ставка, выраженная десятичной дробью.

$$\text{Индекс инфляции за год (4 квартала)} = (1 + 0,03)^4 = 1,126.$$

$$\text{Реальный доход} = 575 / 1,126 = 510,7 \text{ тыс. руб.}$$

$$\text{Реальный прирост дохода} = 510,7 - 500 = 10,7 \text{ тыс. руб.}$$

**Ответ:** 10,7 тыс. руб.

4.4. (4 балла) Арсений получил от родителей в подарок машину, и он решил бросить работу менеджера в небольшой фирме, приносившую ему доход 40 тыс. руб., и наняться в фирму, занимающуюся услугами такси. Стоимость бензина составляет 6 тыс. руб. в месяц. Стоимость машины, которая будет использоваться в течение 5 лет, составляет 1 500 тыс. руб. Автомобиль ежегодно нуждается в ремонте на сумму 20 тысяч рублей.

По прогнозам Арсения, его доход от работы таксистом составит 100 тыс. руб. в месяц. Ежемесячно он должен отчислять фирме 30 тыс. руб. Определите экономическую прибыль Арсения за год.

Ответ: \_\_\_\_\_ тыс. руб.

**Решение:**

Экономическая прибыль = бухгалтерская прибыль – упущеная выгода.

Работа таксистом будет связана со следующими бухгалтерскими издержками:  $6 \times 12 = 72$  тыс. руб. (бензин);  $1\,500 / 5 = 300$  тыс. руб. (амортизационные отчисления); 20 тыс. руб. (расходы на ремонт);  $30 \times 12 = 360$  тыс. руб. (отчисления фирме). Итого годовые бухгалтерские издержки составят:  $72 + 300 + 20 + 360 = 752$  тыс. руб. Выручка за год составит:  $100 \times 12 = 1\,200$  тыс. руб. Бухгалтерская прибыль составит:  $1\,200 - 752 = 448$  тыс. руб.

Упущеная выгода (потерянный доход от работы менеджером) равен:  $40 \times 12 = 480$  тыс. руб.

Экономическая прибыль =  $448 - 480 = -32$  тыс. руб.

**Ответ:** -32 тыс. руб.

4.5. (4 балла) Перекрестная эластичность спроса на товар А (пломбир) по цене товара В (шоколадное сливочное мороженое) равна 2. Как изменится спрос на товар А при увеличении цены товара В на 10% (при прочих равных условиях)? Ответ указать в процентах со знаком изменения: уменьшение – «–», увеличение – «+».

Ответ: \_\_\_\_\_ %.

**Решение:**

Товары А и В являются субститутами, поэтому при прочих равных условиях увеличение цены на один товар вызовет увеличение спроса на другой товар, являющийся по отношению к первому товару заменителем. В данном случае на 1% увеличения цены на товар А получим увеличение спроса на товар В на 2%, а при 10-процентном увеличении – на 20%.

**Ответ:** +20%.

**Задачи (II) (всего максимально – 60 баллов)**

**Задача 1 (15 баллов)**

В магазине «Товары для дома» продают один товар – мебельные ручки. Известно, что при цене 800 руб. объем продаж 15 штук, при росте цены до 900 руб. – 10 штук; при доходе 50 000 руб. объем продаж 15 штук, при росте дохода до 60 000 руб. – 17 штук.

1. (11 баллов) Определите две линейные зависимости: сколько мебельных ручек покупается в зависимости от:

- а) цены;
- б) дохода.

Использовать обозначения:  $Q_D$  – объем спроса; Р – цена; Y – доход.

2. (4 балла) Спрогнозируйте, используя каждый раз только соответствующую модель, сколько мебельных ручек будет покупаться при:

- а) цене 1 000 руб.;
- б) доходе 65 000 руб.

*Комментарий:*

*Приведение развернутого решения и нахождение правильных ответов – 15 баллов.*

*При указании только ответа без решения – 1 балл за каждый ответ, итого – 4 балла.*

*Если в ходе решения возникла арифметическая ошибка, а логика решения верна, то снимается 2 балла.*

**Решение:**

1. Определяем две линейные зависимости: сколько мебельных ручек покупается в зависимости от: а) цены; б) дохода.

а) Построим функцию спроса по цене.

У нас есть две точки: (800 рублей, 15 покупок) и (900 рублей, 10 покупок).

Исходя из того, что зависимость линейная:  $Q_D(P) = a - b \times P$ , где  $Q_D$  – спрос по цене, а  $P$  – цена.  
Составим систему уравнений (3 балла):

$$\begin{cases} 15 = a - 800 \times b \\ 10 = a - 900 \times b \end{cases}$$

Найдем параметры  $a$  (1 балл) и  $b$  (1 балл):

$$\begin{cases} 15 = a - 800 \times b \\ 5 = a - 100 \times b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 55 \\ b = 0,05 \end{cases}$$

(1 балл) Итак, функция спроса по цене:  $Q_D(P) = 55 - 0,05 \times P$ .

6) Построим функцию спроса по доходу.

Есть две точки: (50 000 рублей, 15 покупок) и (60 000 рублей, 17 покупок).

Представим линейную зависимость:  $Q_D(Y) = c + d \times Y$ .

Составим систему уравнений (2 балла):

$$\begin{cases} 15 = c - 50000 \times d \\ 17 = c - 60000 \times d \end{cases}$$

Найдем параметры  $c$  (1 балл) и  $d$  (1 балл):

$$\begin{cases} 15 = c - 50000 \times d \\ 2 = 10000 \times d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 5 \\ d = 0,0002 \end{cases}$$

(1 балл) Итак, функция спроса по доходу:  $Q_D(Y) = 5 + 0,0002 \times Y$ .

2. Спрогнозируем, (используя каждый раз только соответствующую модель) сколько мебельных ручек будет покупаться при цене 1 000 руб. и доходе 65 000 руб.

Расчёты спроса при новых условиях.

а) Если цена станет 1 000 рублей:

(1 балл)  $Q_D(1000) = 55 - 0,05 \times 1000 = 55 - 50 = 5$ .

(1 балл)  $Q_D(1000) = 5$ .

б) Если доход увеличится до 65 000 рублей:

(1 балл)  $Q_D(65000) = 5 + 0,0002 \times 65000 = 5 + 13 = 18$ .

(1 балл)  $Q_D(65000) = 18$ .

**Ответы:** 1. а)  $Q_D(P) = 55 - 0,05 \times P$ ; б)  $Q_D(Y) = 5 + 0,0002 \times Y$ .

2. а) 5; б) 18.

### Задача 2 (15 баллов)

Компания «МеталлИнвест» является одним из крупнейших производителей алюминия. Спрос на ее продукцию описывается уравнением:  $P = 1200 - 2 \times Q$ , где  $P$  – цена за тонну (в у. е.),  $Q$  – объем производства (в тыс. тонн в год).

Совокупные издержки компании составляют  $TC = 200 \times Q + \frac{Q^2}{2} + 80000$ .

Правительство страны, выполняя обязательства по Парижскому климатическому соглашению, вводит углеродный налог в размере  $t = 100$  у. е. на каждую тонну произведенного алюминия.

Определите:

1. (5 баллов) Оптимальный объем производства и цену, которые бы установила компания в отсутствие государственного вмешательства для максимизации прибыли.

2. (6 баллов) Величину прибыли компании и значение коэффициента Лернера (показателя монопольной власти) в точке оптимума.

3. (4 балла) Как введение углеродного налога повлияет на оптимальный объем производства и цену? Рассчитайте новое значение прибыли компании после уплаты налога.

**Комментарии:**

*Приведение развернутого решения и нахождение правильных ответов – 15 баллов.*

*При указании только ответа без решения – 1 балл за каждый ответ, итого – 5 баллов.*

*Если в ходе решения возникла арифметическая ошибка, а логика решения верна, то снимается 2 балла.*

### **Решение:**

1. (1 балл) Определим оптимум до государственного вмешательства (условие максимизации прибыли:  $MR = MC$ ).

$TR = P \times Q = (1200 - 2 \times Q) \times Q = 1200 \times Q - 2 \times Q^2$ ;

(1 балл)  $MR = TR' = 1200 - 4 \times Q$ ;

(1 балл)  $MC = TC' = (200 \times Q + \frac{Q^2}{2} + 80000)' = 200 + Q$ ;

$1200 - 4 \times Q = 200 + Q$ ;

$1000 = 5 \times Q$ ;

(1 балл)  $Q^* = 1000 / 5 = 200$  тыс. тонн

(1 балл)  $P^* = 1200 - 2 \times 200 = 1200 - 400 = 800$  у. е.

2. Рассчитаем величину прибыли компании и значение коэффициента Лернера в точке оптимума.

(1 балл) Прибыль =  $TR - TC = (800 \times 200) - (200 \times 200 + (200)^2 / 2 + 80000)$ .

(1 балл) Прибыль =  $160000 - (40000 + 20000 + 80000) = 160000 - 140000 = 20000$  у. е.

(2 балла) Коэффициент Лернера  $L = (P - MC) / P$ .

(1 балл)  $MC(200) = 200 + 200 = 400$ .

(1 балл)  $L = (800 - 400) / 800 = 0,5$ .

3. Определим прибыль после государственного вмешательства (введение углеродного налога (далее – УН)):

(1 балл) Налог увеличивает  $MC$  на 100:  $MC_{\text{УН}} = 200 + Q + 100 = 300 + Q$ .

(1 балл) Условие оптимума:  $MR = MC_{\text{УН}}$ ;  $1200 - 4 \times Q = 300 + Q$ ;  $900 = 5 \times Q$ .

$Q^*_{\text{УН}} = 180$  тыс. тонн

$P^*_{\text{УН}} = 1200 - 2 \times 180 = 840$  у. е.

(1 балл) Прибыль<sub>н</sub> = TR – TC – УН =  $(840 \times 180) - (200 \times 180 + 180^2 / 2 + 80000) - (100 \times 180)$ .

(1 балл) Прибыль<sub>н</sub> = 151 200 – (36 000 + 16 200 + 80 000) – 18 000 = 151 200 – 132 200 – 18 000 = 1 000 у. е.

**Ответы:** 1.  $Q^* = 200$  тыс. тонн;  $P^* = 800$  у. е.

2. Прибыль = 20 000 у. е.; коэффициент Лернера = 0,5.

3. Прибыль<sub>н</sub> = 1 000 у. е.

### **Задача 3 (15 баллов)**

В стране «Пленти» экономисты обнаружили, что потребительское поведение домохозяйств кардинально меняется при достижении определенного уровня дохода. Это связано с тем, что после удовлетворения всех базовых потребностей (так называемого «порога достатка») домохозяйства начинают направлять значительные средства на сбережения и инвестиции. Функция потребления (С) для домохозяйств имеет двухуровневый вид:

Для доходов ниже или равных «порогу достатка» ( $Y \leq Y_0$ ):  $C = a + b_1 \times Y$ .

Для доходов выше «порога достатка» ( $Y > Y_0$ ):  $C = (a + b_1 \times Y_0) + b_2 \times (Y - Y_0)$ ,

где  $Y$  – располагаемый доход домохозяйства;

$a$  – автономное потребление, не зависящее от дохода ( $a = 50$ );

$Y_0$  – «порог достатка» ( $Y_0 = 1 000$ );

$b_1$  – предельная склонность к потреблению при доходе  $Y \leq Y_0$  ( $b_1 = 0,8$ );

$b_2$  – предельная склонность к потреблению при доходе  $Y > Y_0$  ( $b_2 = 0,3$ ).

Определите:

1. (4 балла) Объем потребления для домохозяйств с располагаемыми доходами:

а) 800;

б) 1 500.

2. (4 балла) Предельную склонность к сбережению (MPS) для домохозяйств с располагаемыми доходами:

а) 800;

б) 1 500.

3. (7 баллов) Предположим, что в стране «Пленти» произошел технологический бум, который привел к двум одновременным последствиям:

во-первых, увеличился средний уровень доходов, и доля домохозяйств с доходом выше  $Y_0$  выросла с 30% до 60%;

во-вторых, правительство, стремясь стимулировать экономический рост, решает ввести единовременную выплату (трансферты) в размере  $T = 200$  всем домохозяйствам.

Сравните мультипликатор государственных расходов для экономики:

а) до бума;

б) после бума.

Для расчета мультипликатора используйте предельную склонность к потреблению по экономике, предполагая, что до бума все домохозяйства имели доход  $Y = 800$ , а после –  $Y = 1 500$ .

в) Сделайте вывод об эффективности фискальной стимулирующей политики в новых условиях, представив обоснование. В ответе укажите эффективно / неэффективно.

*Комментарии:*

*Приведение развернутого решения и нахождение правильных ответов – 15 баллов.*

*При указании только ответа без решения – 1 балл за каждый ответ, итого – 7 баллов.*

*Если в ходе решения возникла арифметическая ошибка, а логика решения верна, то снимается 2 балла.*

*3б) В расчетах при превышении двух знаков после запятой вычисления округлять до сотых долей.*

**Решение:**

1. Подставляем в функцию потребления (из условия) значения дохода:

а) (1 балл) объем потребления для домохозяйств при  $Y = 800$  ( $Y \leq Y_0$ ):  $C = 50 + 0,8 \times 800$ .

(1 балл)  $C_{800} = 50 + 640 = 690$ .

б) (1 балл) объем потребления для домохозяйств при  $Y = 1 500$  ( $Y > Y_0$ ):  $C = (50 + 0,8 \times 1 000) + 0,3 \times (1 500 - 1 000)$ .

(1 балл)  $C_{1500} = (50 + 800) + 0,3 \times 500 = 850 + 150 = 1 000$ .

2. (2 балла) Формула для расчета предельной склонности к сбережению (MPS) =  $1 - MPC$ .

а) (1 балл)  $MPS_{800} = 1 - 0,8 = 0,2$ .

б) (1 балл)  $MPS_{1500} = 1 - 0,3 = 0,7$ .

3. (1 балл) Формула расчета мультипликатора государственных расходов:  $mult_G = 1 / (1 - MPC)$ .

а) (1 балл) До бума (все домохозяйства с  $Y = 800$ ): MPC по экономике =  $b_1 = 0,8$ ;  $mult_G$  до =  $1 / (1 - 0,8)$ .

(1 балл)  $mult_G$  до =  $1 / 0,2 = 5$ .

б) (1 балл) После бума (все домохозяйства с  $Y = 1 500$ ): MPC по экономике =  $b_2 = 0,3$ ;  $mult_G$  после =  $1 / (1 - 0,3)$ .

(1 балл)  $mult_G$  после =  $1 / 0,7 \approx 1,43$ .

в) (1 балл) Неэффективно.

(1 балл) Обоснование. После технологического бума и обогащения населения мультипликативный эффект от фискальной стимулирующей политики значительно снизился (с 5 до 1,43). Это делает фискальное стимулирование (например, через увеличение госрасходов или трансфертов) менее эффективным инструментом для роста совокупного спроса, так как большая часть дополнительного дохода будет сберегаться, а не тратиться.

**Ответы:** 1. а)  $C_{800} = 690$ ; б)  $C_{1500} = 1 000$ .

2. а)  $MPS_{800} = 0,2$ ; б)  $MPS_{1500} = 0,7$ .

3. а)  $mult_G$  до = 5; б)  $mult_G$  после  $\approx 1,43$ ; в) неэффективно.

### **Задача 4 (15 баллов)**

Два друга, Алексей и Борис, решили накопить на новые гаджеты. Каждый из них имеет стартовый капитал в размере 40 000 рублей и планирует разместить его на депозит под процентный доход.

Алексей выбрал банк «Стабильный», который начисляет 10% годовых по схеме простого процента.

Борис выбрал банк «Перспективный», который начисляет 8% годовых по схеме сложного процента (проценты капитализируются ежегодно).

Оба друга договорились, что через некоторое время они закроют вклады, как только накопленная сумма у одного из них превысит сумму у другого хотя бы на 5 000 рублей.

Множители наращения округлять до четырех знаков после запятой, промежуточные ответы округлять до целого числа.

Определить:

1. (12 баллов) Через сколько лет произойдет это событие, и чья накопленная сумма окажется больше?
2. (3 балла) Какой будет разница в доходах (в рублях) между победителем и проигравшим в этот момент?

Комментарии:

Приведение развернутого решения и нахождение правильных ответов – 15 баллов.

При указании только ответа без решения – 1 балл за каждый ответ, итого – 2 балла.

Если в ходе решения возникла арифметическая ошибка, а логика решения верна, то снимается 2 балла.

Возможны расхождения из-за округления, баллы за это не снимаются.

Решение:

1. Составим уравнения для расчета накопленных сумм.

(2 балла) Для Алексея (простой процент):  $S_A = P \times (1 + i_A \times t)$ ;  $S_A = 40\ 000 \times (1 + 0.10 \times t)$ .

(2 балла) Для Бориса (сложный процент):  $S_B = P \times (1 + i_B)^t$ ;  $S_B = 40\ 000 \times (1 + 0.08)^t$ ,

где  $S_A$  и  $S_B$  – суммы Алексея и Бориса через  $t$  лет,  $P = 40\ 000$  – начальный капитал.

(7 баллов) Определим, через сколько лет разница между суммами составит не менее 5 000 рублей. По условию один должен обогнать другого как минимум на 5 000 руб. Так как у Бориса сложный процент, который со временем растет быстрее, логично предположить, что изначально будет лидировать Алексей (из-за более высокой ставки), но затем Борис его догонит и обгонит.

Мы ищем такой год  $t$ , когда выполнится условие:  $(S_B - S_A) \geq 5\ 000$ .

Будем проверять значения  $t$  последовательно.

$t = 4$  года:

$$S_A = 40\ 000 \times (1 + 0.10 \times 4) = 40\ 000 \times 1.4 = 56\ 000 \text{ руб.}$$

$$S_B = 40\ 000 \times (1.08)^4 \approx 40\ 000 \times 1.3605 = 54\ 420 \text{ руб.}$$

Разница:  $56\ 000 - 54\ 420 = 1\ 580$  руб. (лидирует Алексей, разница меньше 5 000).

$t = 5$  лет:

$$S_A = 40\ 000 \times (1 + 0.10 \times 5) = 40\ 000 \times 1.5 = 60\ 000 \text{ руб.}$$

$$S_B = 40\ 000 \times (1.08)^5 \approx 40\ 000 \times 1.4693 = 58\ 772 \text{ руб.}$$

Разница:  $60\ 000 - 58\ 772 = 1\ 228$  руб. (все еще лидирует Алексей, разница еще уменьшилась).

$t = 6$  лет:

$$S_A = 40\ 000 \times (1 + 0.10 \times 6) = 40\ 000 \times 1.6 = 64\ 000 \text{ руб.}$$

$$S_B = 40\ 000 \times (1.08)^6 \approx 40\ 000 \times 1.5869 = 63\ 476 \text{ руб.}$$

Разница:  $64\ 000 - 63\ 476 = 524$  руб. (Алексей почти догнал, разница минимальна).

$t = 7$  лет:

$$S_A = 40\ 000 \times (1 + 0.10 \times 7) = 40\ 000 \times 1.7 = 68\ 000 \text{ руб.}$$

$$S_B = 40\ 000 \times (1.08)^7 \approx 40\ 000 \times 1.7138 = 68\ 552 \text{ руб.}$$

Разница:  $68\ 552 - 68\ 000 = 552$  руб. (Борис впервые вырвался вперед, но разница меньше 5 000).

$t = 8$  лет:

$$S_A = 40\ 000 \times (1 + 0.10 \times 8) = 40\ 000 \times 1.8 = 72\ 000 \text{ руб.}$$

$$S_B = 40\ 000 \times (1.08)^8 \approx 40\ 000 \times 1.8509 = 74\ 036 \text{ руб.}$$

Разница:  $74\ 036 - 72\ 000 = 2\ 036$  руб. (Борис лидирует, но разница все еще меньше 5 000).

$t = 9$  лет:

$$S_A = 40\ 000 \times (1 + 0.10 \times 9) = 40\ 000 \times 1.9 = 76\ 000 \text{ руб.}$$

$$S_B = 40\ 000 \times (1.08)^9 \approx 40\ 000 \times 1.9990 = 79\ 960 \text{ руб.}$$

Разница:  $79\ 960 - 76\ 000 = 3\ 960$  руб. (Борис лидирует, разница близка, но меньше 5 000).

$t = 10$  лет:

$$S_A = 40\ 000 \times (1 + 0.10 \times 10) = 40\ 000 \times 2.0 = 80\ 000 \text{ руб.}$$

$$S_B = 40\ 000 \times (1.08)^{10} \approx 40\ 000 \times 2.1589 = 86\ 356 \text{ руб.}$$

Разница:  $86\ 356 - 80\ 000 = 6\ 356$  руб.

Условие  $(S_B - S_A) \geq 5\ 000$  выполняется.

(1 балл) Через 10 лет сумма Бориса превысит сумму Алексея более чем на 5 000 рублей.

2. (2 балла) Разница в доходах составит:  $(86\ 356 - 80\ 000) - (80\ 000 - 40\ 000) = 46\ 356 - 40\ 000$ .

Можно было просто взять разницу накопленных сумм, так как первоначальные вклады одинаковы.

(1 балл) Разница в доходах = 6 356 руб.

Возможен графический способ решения задачи.

Ответы: 1. Через 10 лет сумма Бориса превысит сумму Алексея более чем на 5 000 рублей.

2. Разница в доходах составит 6 356 рублей.